

Um olhar fenomenológico à Geometria Dinâmica

A way of understanding phenomenologically the Dynamic Geometry

JOSÉ MILTON LOPES PINHEIRO¹

MARIA APARECIDA VIGGIANI BICUDO²

ADLAI RALPH DETONI³

Resumo

Neste artigo buscamos compreender o movimento cerne da Geometria Dinâmica de uma perspectiva fenomenológica. Nossa pergunta: de que movimento falamos, quando trabalhamos com Geometria Dinâmica? Para tal compreensão foi realizado um estudo bibliográfico sobre Geometria Dinâmica no âmbito da Educação Matemática. Estudamos textos de Husserl e Merleau-Ponty visando compreender a questão posta. A Fenomenologia possibilitou pensar e tecer considerações sobre o mover e construir, bem como sobre as implicações desses atos, tais como: a percepção de movimento, de configurações e desconfigurações, de variações e de invariantes, apontados como característicos das tecnologias informáticas. De modo mais amplo, compreendemos essas ações como movendo-percebendo-conhecendo.

Palavras-chave: Fenomenologia; Geometria Dinâmica; Movimento.

Abstract

In this article we aim the core movement of Dynamic Geometry from a phenomenological perspective. Our question: what do we mean by movement when we work with Dynamic Geometry? To answer this, we carried out a bibliographic study on Dynamic Geometry in Mathematical Education. We studied texts by Husserl and Merleau-Ponty in order to understand the proposed question. Phenomenology has allowed us to think and write considerations about movement and construction, as well as on the implications of these acts, such as: the perception of movement, of configurations and deconfigurations, of variations and invariants, pointed to as characteristic of information technology. In a wider perspective, we understand these actions as moving-perceiving-knowing.

Keywords: Phenomenology; Dynamic Geometry; Movement.

¹ Doutor em Educação Matemática – UNESP-Rio Claro. Professor do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão – UEMASUL, jmilton.ufjf@gmail.com.

² Livre-Docente em Filosofia da Educação – UNESP-Araraquara. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP-Rio Claro, mariabicudo@gmail.com.

³ Doutor em Educação Matemática - UNESP-Rio Claro. Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UFJF-MG, adlai.detoni@ufjf.edu.br.

Introdução⁴

A crítica permanente de Edmund Husserl (2006) aos limites da razão como conhecedora do mundo o põe numa busca incessante sobre a interrogação que sempre o moveu e que pergunta pelo conhecimento, sua constituição e modos de ele manter-se histórico-culturalmente. Essa busca o põe na contramão dos movimentos acadêmicos mais incisivos de sua época, quando as correntes predominantes, infladas por um positivismo subjacente, preconizam a razão científica, especialmente a garantida e operacionalizada pela Matemática, e querem mais e mais metrificar o inquérito sobre as ocorrências.

Na Fenomenologia foca-se o fenômeno⁵ que se manifesta a quem por ele indaga. (HUSSERL, 2006). Essa afirmação, longe de simplificar uma metodologia, antes, inaugura um problema para Husserl, que tem de responder como o pesquisador pode conduzir suas concepções científicas, suas visões de mundo, suas hipóteses, e, ao mesmo tempo, vivenciar as manifestações genuínas que se mostram ao visar o fenômeno.

Com essa compreensão, focamos, neste artigo, o fenômeno *Geometria Dinâmica* (GD), tal como definido no âmbito da Educação Matemática. Para tanto, foram realizados inicialmente estudos em artigos, livros, dissertações e teses do campo da Educação Matemática focando a GD, olhando para teorias e práticas, visando compreender como ela é definida nesse campo e quais os estruturantes que uma vez articulados permitem dela dizer. Nesse estudo, compreendemos a GD como aquela ambientada no computador ou equipamento similar com sua potencialidade, que permite construir, explorar e conhecer propriedades de uma figura geométrica disponíveis na interface de um *software*, por meio da visualização do movimento de objetos pertencentes à figura e por meio do estudo das implicações gráficas e/ou algébricas desse movimento (RICHIT, 2015). Silva e Penteado (2009) explicitam que ela é assim chamada pelas possibilidades dinâmicas de um *software*, como: arrastar, rotacionar, transladar, etc.

Tendo realizado o estudo sobre GD, focando-a do ponto de vista da Educação Matemática, iniciamos uma trajetória para compreender o movimento, cerne das ações realizadas com GD

⁴ Faz-se neste artigo um recorte compreensivo, dentre outros possíveis, da tese intitulada O movimento e a percepção do movimento (2018), escrita pelo autor e orientada pelos coautores deste artigo.

⁵ Fenômeno é o que se mostra no ato de intuição efetuado por um sujeito individualmente contextualizado, que olha em direção ao que se mostra de modo atento e que percebe isso que se mostra nas modalidades pelas quais se dá a ver no próprio solo em que se destaca como figura de um fundo. A figura, delineada como o fenômeno e fundo, carregando o entorno em que o fenômeno faz sentido (BICUDO, 2011, p. 30).

Em Husserl (2012) e Merleau-Ponty (2011) encontramos uma ampla e complexa articulação sobre modos pelos quais o sujeito ocupa a espacialidade no mundo-vida⁶. Essa espacialidade, uma vez compreendida, constitui também uma concepção de mundo-geométrico que, ao ser visado, abre possibilidades para articular analogias e aproximar situações como as vivenciadas no contexto da tecnologia informática, em especial o da GD, pois este mundo se move enquanto estamos nele em movimento. As compreensões abertas nessas leituras permitem pensar sobre uma “fenomenologia do movimento”, o que nos põe de imediato a pensar também sobre possibilidades de articulação entre essa fenomenologia e a GD, visto que em ambos os casos podemos focar o movimento e o dinamismo que se evidencia.

Ao focarmos o dinamismo no mundo-vida e o dinamismo em GD, compreendemos que a GD possibilita um modo de ser dinâmico que não é estranho ou desconhecido a um sujeito que nunca habitou o ambiente no qual ela se realiza. Isso porque o ambiente de GD se mostra como um modo de ser do mundo-vida que este sujeito habita; em ambos os ambientes pode-se construir e mover objetos, arrastando-os; pode-se, também, perceber características invariantes neste movimento.

Entendemos que há ações pertinentes à concepção matemática da GD, como: mover, arrastar, construir, perceber. As ações são realizadas por um sujeito, o sujeito da ação que não é uma figura gramatical, mas uma carnalidade presentificada como corpo-próprio⁷, que intencionalmente atualiza em/com movimento o que lhe é dado como potencialmente dinâmico, uma vez que o “sujeito da geometria é um sujeito motor. Isso significa em primeiro lugar, que nosso corpo não é um objeto, nem um simples deslocamento no espaço objetivo. É preciso que exista [...] um movimento gerador do espaço, que é nosso movimento intencional” (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 517).

Portanto, toda articulação que apresentamos neste artigo entrelaça a presença do corpo-próprio com a GD. Estando o mundo-vida, a compreensão do movimento e a de si

⁶[...] lugar de nossas vivências, lugar onde ‘somos com os outros’, cujo significado é o de nunca sermos indivíduos separados do mundo e, portanto, dos outros (sujeitos individuais, coletivos, instrumentos, ciberespaço, etc.). Nele, ‘somos sempre com’, isto é, tornamo-nos, vimos a ser, estando com, agindo sobre e abraçando o que nos chega pela percepção, construindo-nos com a matéria/forma que nos expõe e que, alimenta pelos nossos atos intencionais, conforma-nos em um movimento estruturante, marcando nossos estilos, configurando os nossos modos de ser, por sermos (o mundo e nós mesmos) aquela matéria-forma do que está no horizonte de nossa compreensão (BICUDO, 2010, p. 131).

⁷Entendido como *Leib*, corpo com movimento intencional. Nele, está compreendida todas as experiências vivenciadas, sendo ele também, ponto zero para novas experiências. Ele realiza e se realiza em movimento, assumindo perspectivas diversas e pondo-se em movimento no mundo-vida que incessantemente vai se configurando junto às também incessantes configurações e reconfigurações desse corpo (MERLEAU-PONTY, 2011).

realizando o movimento, vemos que se abre um caminho para nos compreendermos, ao mesmo tempo em que trabalhamos com GD.

A seguir apresentamos as compreensões a nós abertas pelos estudos realizados em GD e em Fenomenologia, visando, expor uma fenomenologia da/com Geometria Dinâmica.

O movimento e sua expressão em interfaces de *softwares* de Geometria Dinâmica

Entendemos fenomenologicamente que o movimento do corpo-próprio é sempre intencionalidade⁸ de movimento, é sempre um *movimento para...* que, ao avançar, provoca mudança ao mesmo tempo em que se modifica. Isto é, a intencionalidade é “como o que se estende em direção ao mundo, como movimento e que, ao se dirigir, de modo atento, focalizando algo no mundo-vida, traz de volta o que foi percebido, ou seja, o visto como os elementos disponibilizados aos atos da consciência” (BICUDO, 2010, p. 128).

A computação é um campo privilegiado por manifestar uma amplitude de possibilidades de movimento e percepção de mudanças num campo em que se constituem: textos, ícones, *links*, figuras, vídeos que, ao serem acessados pelo sujeito na interface computacional, se expandem e são expandidos em uma dialética constante em que o computador abre ao sujeito-perceptivo um campo de realizações possíveis. Ao materializar uma dessas possibilidades, realizando movimentos, há uma modificação naquele que realiza o movimento e, por sua vez, no modo de efetuar o movimento no próprio campo de possibilidades presentes na lógica do *software*. Agimos com o computador disparando intencionalmente “comandos que se atualizarão em tarefas específicas, efetuadas com a materialidade disponível pelo programa com o qual está operando” (BICUDO, 2014, p. 60).

No âmbito dessa compreensão, pode-se destacar o *estar com softwares* de GD. O ambiente de GD inaugura um modo específico de estar com a espacialidade, abrindo possibilidades de percepções de mudanças que se dão também em interfaces. Então, compreender o movimento e a percepção de mudanças em *softwares* de GD passa por

⁸A intencionalidade é característica da consciência na visão fenomenológica husserliana. Consciência é compreendida como movimento intencional, efetuado pelo corpo-encarnado, ao ir de modo atento em direção ao focado como figura destacada de fundo, totalidade em que sempre estamos com os outros” (BICUDO, 2011, p.31).

compreender essas interfaces, as bifurcações de possibilidades que se manifestam na lógica que as sustentam, bem como o movimento que faz manifestar nelas sentidos diversos.

Interface designa, “ao pé da letra, algo que se coloca no encontro de duas faces, que se volta para ambos os lados que se encontram, caracterizam uma fronteira” (FIGUEIREDO, 2014, p. 138). A interface do *software* de GD se “volta” para o lado de sua programação à medida que é capaz de gerar, sobre alguns comandos/regras, figuras e possibilidade de movimento, e se “volta” para o lado do sujeito que realiza ações nela e se põe atento às implicações das mesmas. Assim, as interfaces agem como mediadoras que atuam entre dois polos: a programação do *software* e a pessoa que a ele se direciona. Em uma direção a máquina, pelas suas respostas, enlaça o sujeito que com ela está operando, evidenciando possibilidades de ação e efeitos. “Na via contrária, eu ajo sobre a máquina, me apropriando dos sentidos pelos quais ela se doa e os manipulando de acordo com um sentido mais amplo de mundo que eu trago comigo e estão presentes quando uso a máquina” (FIGUEIREDO, 2014, p. 134). Os sentidos que se abrem ao sujeito apontam indícios a respeito da intencionalidade do programador de programar algo que espera que aquele que está com a máquina possa, intencionalmente, fazer. As interfaces da GD, por exemplo, são construídas por traduções de regras de Geometrias como a Euclidiana e a Analítica, em comandos para serem desencadeados pelo sujeito junto ao computador.

Ao selecionar um ícone e executar sua funcionalidade na tela do computador, o sujeito está dando uma resposta à solicitação de uma tarefa. Ele não está materializando a proposta de um ícone, pois a proposta não é do *ícone mesmo*, ela está “atrás” dele, ou *com* ele, como um fundo. Ela é a própria intenção do programador expressa na interface em forma de ícone. “A janela do programa que visualizo, com suas sombras, transparências e movimento tão fiel à movimentação que eu faço no mouse, constitui-se por camada e camadas de sentidos transformadas na linguagem de programação e que ali estão pré-programados, operando tão bem porque outra pessoa os alinhou com esse efeito em vista” (FIGUEIREDO, 2014, p. 145).

Assim, o que o sujeito faz materializa-se na tela ao escolher e executar um ícone é o por ele intencionado junto ao que o criador do software programa logicamente, abrindo possibilidades de ação. Portanto, ao considerar que há a intencionalidade do programador e a intencionalidade da pessoa que se volta ao trabalho com o *software*, podemos entender

que a interface é um espaço em que as intencionalidades do sujeito que está operando o software e o engenheiro de computação que o criou se encontram.

O movimento do sujeito permite *transpor* a interface do *software*, não chegando com isso aos códigos de programação, mas antevendo as possibilidades programadas. Nesse movimento de transpor, intencionalmente nós focamos, percebemos o que na interface nos é dado, visamos horizontes de possibilidades que nos são abertos pelo software em resposta ao que buscamos realizar e, de imediato, nos pomos em movimentos perceptivos ou reflexivos junto à interface. “Esse *estar-com-a-interface* se dá em fluxo, em atos de transpor, estando o sujeito em situações que o solicitam constantemente transitar entre as faces e a interface” (PINHEIRO, 2018, p. 61).

A interface do *software* de GD apresenta operações que desencadeia no sujeito que com ele está trabalhando ações que podem provocar um querer avançar, podem fazer aflorar nesse sujeito a curiosidade, a vontade de clicar, de mover, de estender-se ao que a interface lhe mostra. O sujeito age com a interface, com o computador, mas notemos que ele “o faz acionando comandos; porém, já está distante da ação simples e mecânica, pois com a racionalidade binária entrelaçam-se modos de ele ser ao estar com os outros e com o mundo; entrelaçam-se expectativas, sentimentos, modos de compreender-se e ao mundo” (BICUDO, 2014, p. 63).

Estar em ação, em movimento, traz o sentido humano da vontade de estar com o que o circunvizinha, de ocupar-se com aquilo que no mundo a ele se disponibiliza. Essa ocupação pode acabar trazendo ao sujeito-movente as significações das coisas e dos outros, as quais se articulam como sementes de compreensões. Estando com o *software*, os manuais são comandos que abrem as possibilidades oferecidas pela tela informacional permite.

O poder que o sujeito exerce sobre as coisas, quando está realizando uma tarefa, é entendido em Merleau-Ponty (2011) como a força presente na motricidade do corpo-próprio, que, estando intencionalmente movendo, movendo-se, define “o lugar que está por meio da tarefa, do que intenciona efetuar, e das situações específicas, delineadas por sua unidade harmônica com o mundo-horizonte” (BICUDO; KLUTH, 2010, p.133). Assim, entendemos que o corpo-próprio é presente e presença onde há algo a ser realizado.

Junto à ação do sujeito com a GD, um fundo sinestésico⁹ vai se pondo e trazendo a interface do *software*. Em Husserl (2012), entendemos que na ação ocorrem sempre *preenchimentos de sentidos*, que se fazem nas vivências, e o sujeito que se move, movendo, se percebe nesse ato, percebe o movimento e o que o mesmo lhe traz à percepção: conhecimentos já explicitados e culturalmente materializados, configurações, desconfigurações, variantes, invariantes, ou, simplesmente, a expressão do movimento realizado.

Essas percepções se evidenciam mediante tarefas a serem realizadas, dentre as quais, por tratarmos aqui da GD, destacamos as geométricas que subjazem a interface do *software*. Um conjunto de informações geométricas, e outras mais, é o que constitui a interface de um *software* de GD, que, quando acessada, evidencia possibilidades de movimentos e de construções diversas, que podem ser expressas em uma mesma tela, à qual estamos “plugados”. Nesse ato de acessar, percebemos um conjunto de coisas – figuras, pontos, ícones, etc. – e, justamente por percebê-lo, ao assumirmos uma atitude analítica, podemos discernir semelhanças ou contiguidades. “Isso não significa apenas que sem a percepção do todo, nós não pensaríamos em observar a semelhança ou a contiguidade de seus elementos, mas, literalmente, que eles não fariam parte do mesmo mundo e elas não existiriam de forma alguma” (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 39).

É estando com a totalidade de uma construção geométrica que percebemos suas propriedades mais intrínsecas. Para ver essa construção, de uma perspectiva fenomenológica, é preciso focá-la, deixá-la em suspensão, de forma que sua circunvizinhança se mantenha, mas como um fundo, ou campo de realizações já acontecidas, do qual ela pode ser destacada. No espaço cibernético em que a GD está sendo trabalhada, o fundo aqui referido, contempla todo o aparato tecnológico e suas possibilidades que potencializam o movimento. Esse fundo é dinâmico. O movimento possível com *software* faz vibrar constantemente novos tons e perspectivas junto a esse fundo, que também faz vibrar a figura que se renova ao sujeito que a movimenta ao também movimentar-se.

⁹Derivado de *kinestesia* (sinestesia) que contempla todo o “eu movo”, o “eu faço”, que estão interligados na unidade universal, onde a paralisação sinestésica é um modo do “eu faço”. Diz do movimento; não se trata da Cinestesia, que diz de um corpo somático que contempla os “órgãos da percepção” (olhos, mãos, ouvido, etc.) (HUSSERL, 2012).

⁹Motricidade é expressa por Merleau-Ponty (2011) como o modo intencional de a pessoa se movimentar. É vivência da espacialidade do corpo-vivente intencionado às ações solicitadas pelo mundo-vida, que, neste estudo, é focado da perspectiva do *software* de GD.

A interface é, portanto, a janela que nos mostra a GD, em sua constituição geométrica e algébrica. Essa interface é devidamente programada para abrir possibilidades de movimento, cuja atualização se dá porque o sujeito que age traz consigo recordações de experiências motoras, visuais e sinestésicas que conduzem as ações do corpo-próprio. Com isso, o sujeito sabe em qual ícone clicar para realizar o solicitado por uma tarefa. O caráter icônico está presente, aludindo a um mundo geométrico anterior ao ambiente cibernético do *software*, mundo que é próximo e comum do profissional de informática e do sujeito que o habita.

A estada de um sujeito em um ambiente de GD pode abrir-lhe um horizonte de compreensões. Para Merleau-Ponty (2011), recordar é trazer essas compreensões às vivências presentes pela lembrança.

Na tarefa, por exemplo, de estudar a congruência de dois triângulos tendo como ferramenta auxiliar o *software* de GD, o sujeito precisa apenas mover um triângulo até sobrepor-lo ao outro para com isso perceber igualdades e/ou desigualdades. Os triângulos não são objetos em si, nem mesmo o movimento de sobrepor o é. É a presença do sujeito-movente que torna possível a manifestação de sentidos diversos de triângulo e de movimento. Em suas realizações, o sujeito vivencia também triângulos, movimentos e congruências, e “ao trabalhar com Geometria em *softwares*, essas vivências se fazem novamente presentes, porém a seu modo, com novas configurações, e se constituem como fundo para as ações ali realizadas e para ações possíveis de serem realizadas” (PINHEIRO, 2018, p. 65).

As possibilidades de movimento presentes no *software* de GD na realidade cibernética viabilizam a compreensão do movimento pelo ato de *imaginar o movimento* e de proceder à variação do movimento. Husserl (2006, p. 153), ao referir-se ao geometra, diz que, na imaginação, “ele tem a liberdade inigualável de reconfigurar como quiser as figuras fictícias, de percorrer as formas possíveis em contínua modificação e, portanto, de gerar um sem-número de novas construções; uma liberdade que lhe franqueia acesso às imensidões das possibilidades eidéticas”. No ato de imaginar o movimento na interface do *software*, não é necessário buscar sua objetivação com auxílio do *mouse*, mas apenas vislumbrá-lo e, posteriormente, levantar e testar conjecturas. As possibilidades abertas pelo *software* e as intenções do sujeito de realizar ações, tendo em vista tarefas específicas, contribuem para promover o pensar a respeito das geometrias trabalhadas em *softwares* de GD. Elas abrem um leque de compreensões possíveis a respeito de desenhos, construções, movimentos e pela realização do imaginado como sendo a efetivação de uma

possível tarefa ou de soluções de problemas ou uma resposta a uma solicitação, viabilizam a validação ou invalidação de possibilidades sugestionadas pela imaginação.

Os desenhos [...] seguem as construções da imaginação e o pensamento eidético puro que se efetua com base nelas, e servem principalmente para fixar etapas do processo já concluído e, assim, torná-lo mais facilmente de novo presente. Também ali onde se reflete a respeito da figura, os novos processos de pensamento que se acrescentam são, em base sensível, processos imaginativos, cujos resultados fixam as novas linhas da figura (HÜSSERL, 2006, p. 153).

Nessa perspectiva, imaginar o movimento já é um modo de realizá-lo e estar imerso nele. Na imaginação posso realizar um movimento e vivenciar toda sua duração, antes mesmo de efetivá-lo e visualizá-lo se materializando na interface do *software*.

Podemos, em um ambiente de GD, fazer conjecturas sobre possíveis movimentos, pois em algum momento em que estivemos sensivelmente com o *software*, vivenciamos esse movimento, realizando-o e vendo-o acontecer. Movemos, damo-nos conta de que movemos, podendo pensar no próprio movimento realizado ou no movimento a ser realizado.

Os atos perceptivos e reflexivos do sujeito que se volta à interface de um *software* de GD fazem com que ela se expanda, transformando-se e transcendendo as intenções do realizador do programa. Com isso, a Geometria apresentada no *software* pode ser caracterizada como dinâmica, pois solicita sempre a ação do sujeito, daquele que atualiza o programa e, especialmente, daquele que se lança em atitudes intencionais expressas em movimentos do corpo-próprio, junto às interfaces e ao ferramental disponível no computador. Assim, entendemos que não há GD, bem como não há Geometria, conforme compreendido por Detoni (2012) em Poincaré, se não houver o sujeito-movente. Mesmo o programa estabelecendo regras que sustentam movimentos diversos possíveis, essas serão apenas possibilidades de movimento se não houver intencionalidade de um sujeito que, em sua carnalidade, realiza ações.

Em estudos no âmbito da Educação Matemática, como em Richit (2005), há afirmações de que a dinamicidade de a GD acontecer dá-se mediante as possibilidades físicas e lógicas do *smartphones*, *tablets* ou computador de mesa e dos *softwares*. No entanto, com já explicitamos, entendemos que esse dinamismo, além de dar-se pelo potencial da tecnologia informática, dá-se com a presença do sujeito-movente, que na ação atualizadora, faz esse potencial vir a acontecer em sua dinamicidade. Essa compreensão é o fio condutor que articula neste texto nossa afirmativa de que um estudo filosófico em

GD evidencia a presença do corpo-próprio, pois é ele que se realiza o movimento do sujeito é a extensão desse movimento que ganha uma expressão na interface do *software*. Ao *estar-com* e nesse espaço, o corpo-próprio se movimenta e as coisas vão ganhando novas configurações a cada ação desse corpo.

Os movimentos do corpo-próprio são naturalmente investidos de certa significação perceptiva, eles formam, com os fenômenos exteriores, um sistema tão bem ligado que a percepção externa “leva em conta” o deslocamento dos órgãos perceptivos, encontra neles, senão a *explicitação expressa*, pelo menos o motivo das mudanças que intervieram no espetáculo, e assim pode compreendê-las imediatamente (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 78, grifo do autor).

Os objetos dispostos na interface do *software* são presenças que se manifestam enquanto *potência*, que “significa característica do que é potente, do que tem força para ser, do que traz em si as potencialidades para tornar-se” (BICUDO, 2010, p. 125). Essa potência se torna na presença do sujeito junto ao *software*, que, ao se movimentar, enlaça o próprio movimento, produzindo mudança.

O ato é o que atualiza a potência, abrangendo o movimento para fazer avançar o acontecer. Ele inclui uma certa operação e é entendido pela mudança. Esse movimento é importante na filosofia aristotélica, porque significa “levar a cabo, a efeito” o que existe potencialmente, enquanto existe potencialmente. Com esse movimento, o ser passa da potência de ser ao ato de ser. Assim, a mudança de um objeto é passagem de um estado de potência ou potencialidade (modo de ser potencial) a um estado de ato ou atualidade (modo de ser atual) (BICUDO, 2010, p. 125).

Com o *software* de GD, o sujeito-movente efetua movimentos. Ao responder às solicitações postas por atividades a serem realizadas e ao atualizar esses movimentos, configura-se a interface com preenchimentos distintos. “A existência dá-se com a atualização do que já está em potência. Assim, o atual é o que se apresenta como realidade, ainda que em dimensões de atualizações individualizadas, isto é, em casos específicos em relação à potência” (BICUDO, 2010, p. 125).

O ato de mover os objetos na interface do *software* é o disparador da atualização. Ele transforma uma intenção de movimentar em realização no próprio movimento. Esse ato se realiza com a materialidade disponível, no caso do mundo da computação, que se reveste de características próprias, inusitadas e “não passíveis de determinações completas, uma vez que o pluralismo e a multiplicidade possibilitados pela tela informacional são ramificados com rapidez e com fluidez em redes que, por sua vez, também são plurais e atualizadas pelas ações dos sujeitos que as operam” (BICUDO, 2010, p. 127).

Entendemos que as operações de atualização realizadas pelo sujeito-movente se dão por comandos junto a essa materialidade disponível no mundo computacional, como, por exemplo, o teclado e o *mouse*. É no encontro entre a solicitação do movimento e sua realização que a dinamicidade acontece e é na intencionalidade de atentar-se ao que essa realização mostra na interface do *software* que ela pode ser estudada e compreendida.

Cada movimento junto à interface do *software* de GD define novas experiências: de focar, de desfocar, de mover, de arrastar. Essas experiências deixam um rastro sinestésico no corpo-próprio do (dos) sujeito (ou sujeitos) em atividade. Trata-se da sinestesia que abarca *homem-computador-GD* e evidencia os modos pelos quais a motricidade humana enlaça o núcleo de movimentos e de percepção e compreensão de movimentos, podendo conduzir à constituição de conhecimento geométrico que se dá no encontro entre o sujeito-movente e as coisas disponíveis na interface dos *softwares* de GD.

Ao estar com o mundo que se abre nessa interface, o sujeito vai em direção aos objetos disponíveis à percepção; percebe sua estrutura também com o movimento de seu corpo e, com isso, o objeto regula diretamente seus movimentos. “Esse diálogo do sujeito com o objeto, essa retomada pelo sujeito do sentido esparso no objeto e pelo objeto das intenções do sujeito que é a percepção fisionômica, dispõe em torno do sujeito um mundo que lhe fala de si mesmo e instala no mundo seus próprios pensamentos” (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 185).

O mundo que habitamos não se mostra disponível para mim como um mero *mundo das coisas*, “mas, em igual imediatez, como *mundo de valores*, como *mundo de bens*, como *mundo prático*. Descubro, sem maiores dificuldades, que as coisas à minha frente estão dotadas tanto de propriedades materiais como de caracteres de valor” (HUSSERL, 2006, p. 75, grifos do autor). Assim, entendemos que o mundo tecnológico, do qual destacamos os ambientes de GD, também é disponível para nós como *mundo de vivências* possíveis que nos convida a habitar o que se mostra na tela informacional, sendo isso que se mostra e a própria tela, horizontes de possibilidades. Estar com a interface da GD é organizá-la, expandi-la, estudá-la, compreendê-la, ou seja, é o que já fazemos no mundo-vida, é espacializar, é se mover, movendo, empreendendo projetos que “polarizam o mundo e fazem aparecer nele, como por magia, mil sinais que conduzem à ação” (MERLEAU-PONTY, 2011, p.161).

O ato de arrastar possibilitando articular variantes e invariantes

Alves e Soares (2003, p.278) destacam, dentre os recursos “interessantes e essenciais” dos *softwares* de GD, o “arrastar”. Esse movimento é realizado por um sujeito com o auxílio do *mouse*, ou outras ferramentas que possibilitam trabalhar com as atuais telas *touchscreen*. O *software* de GD Geogebra, por exemplo, possui o ícone “Mover”, cuja descrição explícita: “Arraste ou selecione objetos”. O ícone com sua descrição permite compreender que o *software* não faz distinção entre *arrastar* e *mover*, o que vem a corroborar nosso entendimento de que arrastar é um modo de mover; é, ele mesmo, atualização de movimento, que se materializa em interfaces físicas e lógicas quando com elas o sujeito põe-se a mover-se, movendo.

O ato de arrastar realizado por um sujeito em ambientes de GD é sempre um arrastar para..., mesmo que esse movimento, aos olhos de alguém que olha a atividade realizada por esse sujeito, pareça sem sentido, sem objetividade ou meta. Borba e Penteado (2010, p. 64) afirmam que as atividades mediadas por *softwares*, “além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação”. Nessa perspectiva, o aluno, ao explorar, percebe visualmente as implicações de seus atos e, com isso, ele é ativo na constituição dos conhecimentos apreendidos ao estar explorando.

Compreendemos em pesquisas como as de Zulatto (2002), Alqahtani e Powell (2016) a ênfase em atividades que valorizam as construções geométricas, o arrastar dessas construções e a visualização de invariantes junto às figuras movidas. Com esses autores, entendemos que em GD uma construção carrega o caráter dinâmico, ou seja, ela pode ser movida. Nessa perspectiva, trabalha-se com atividades que conduzem à percepção de invariantes, entendidas na literatura matemática como *constantes*, ou *invariável*, como por exemplo, propriedades preestabelecidas na construção da figura geométrica. Nessas atividades, tais como as apresentadas em Pinheiro (2018), a figura é posta previamente, o todo é dado, para que suas partes sejam percebidas junto ao ato de mover.

Dentre as percepções diversas junto ao movimento de figuras geométricas em GD, cuja articulação pode dar-nos a compreensão de um todo complexo e com sentido, pode-se destacar os invariantes, dentre os quais, propriedades preestabelecidas na construção de figuras geométricas. Segundo as pesquisas anteriormente citadas, a aprendizagem por meio da visualização dessas propriedades invariantes é um dos principais objetivos das atividades trabalhadas em GD.

O movimento que produz variação e invariantes pode ser visto materializar-se quando se foca a interface do *software* e o movimento das mãos do sujeito-movente, seja com um *mouse* ou tocando diretamente a tela computacional com as extremidades de seus dedos. Essa segunda possibilidade vem sendo trabalhada por pesquisadores como Arzarello *et al.* (2002) e Bairralet *al.* (2013), que buscam compreender como o trabalho com recursos de *touchscreen* pode contribuir com o ensino e com a aprendizagem de Matemática. Bairral *et al.* (2015, p.2) assumem “a manipulação *touchscreen* como sendo uma expressão gestual advinda da ação humana, consciente, simulada e contextualmente situada”.

Uma característica relevante desse trabalho, que é apontado por Ladel e Kortekamp (2012), é a possibilidade de ver em um mesmo campo de visão a interface do *software* e a mão que a toca. Com isso, o movimento das mãos e as implicações desse movimento são vistos em um mesmo plano na imediaticidade da realização do ato de mover. Isso, em nosso entendimento, pode melhorar a coordenação motora, uma vez que com essa visualização, pode-se trabalhar o ajuste do movimento do objeto na interface ajustando o modo de realizar o movimento com as mãos.

No entanto, entendemos que o trabalho com computadores, cujo movimento realizado se dá com auxílio do *mouse*, também pode abrir compreensões sobre o movimento e percepção do movimento. Da perspectiva aqui trabalhada, a fenomenológica, compreendemos que quando movemos o *mouse*, há o *mouse visto*, há dados visuais do *mouse* e de experiências motoras com o *mouse* que nos permitem movê-lo compreendendo e controlando o movimento sem olhar para ele. Assim, entendemos que podemos ver o movimento materializando-se na tela computacional no mesmo tempo e espaço em que estamos imersos em uma experiência *tátil-visual-sonora-sinestésica* com o *mouse*. Desse modo, mesmo estando com meus olhos voltados apenas à tela, mesmo que o mouse não esteja em meu campo de visão, no *agora* do ato de mover e ver o movimento sendo realizado estou *tátil-visualmente* com o *mouse* e com a tela computacional.

Se o *mouse* for compreendido como um utensílio, mesmo quando estiver na mão de um sujeito que o move, estar-se-á arbitrando uma “distância” entre esse sujeito (o “usuário”) e a tela onde o movimento realizado por ele junto ao *mouse* se expressa. No entanto, munir-se de uma ferramenta, em nossa compreensão, não quer dizer se apossar de algo complementar e exterior; Merleau-Ponty (2011) nos mostra, em sua *Fenomenologia da Percepção*, como o cego e sua bengala formam uma só corporeidade, num todo

perceptivo indiviso. Analogamente, entendemos que o cego sente o chão, podendo *vê-lo* e tocá-lo com a ponta de sua bengala, assim como um sujeito pode tocar diretamente a tela computacional quando está com um *mouse*. Quando entendemos o *mouse* como extensão de nosso corpo, que nos leva à interface, entendemos que não há mais uma distância entre sujeito-movente e tela.

Selecionar com o *mouse* um ponto em um *software* de GD e arrastá-lo é um modo de mover distinto do realizado em dispositivos com manipulação *touchscreen*, mas, em ambos os casos, entendemos que há o contato direto com a tela computacional intencionalmente visada e com o ponto movido. O termo *manipulação direta*, focado da perspectiva da computação, é correlato específico da dinamicidade do *touchscreen*. Mas, da perspectiva filosófica que aqui assumimos, ele pode ser creditado também à dinamicidade da interface *mouse-teclado-tela computacional*¹⁰. Em ambos os casos, é a intencionalidade motora que faz constituir-se o movimento e é a precisão motora do corpo, da mão, dos dedos, que controla o movimento.

Quando uma figura é *construída* na interface do *software*, o ato de arrastar promove ampliação da mesma e, em cada parada do movimento, tem-se figuras semelhantes à inicial. Assim, as propriedades preestabelecidas nessa construção se preservam. Nesse contexto, a ideia de movimento é inseparável da ideia de invariantes isométricos; o que não varia só se mostra quando a construção está em um movimento que intencionamos realizar. A variação do objeto nos mostra seus invariantes e, “o desenho em movimento torna-se revelador dos invariantes que são decorrências implícitas da construção feita” (SOUZA; GRAVINA, 2009, p. 04).

Compreendemos que a preservação é correlata ao movimento realizado. O que se mantém, mantém-se na medida em que o fundo que o abarca passa por modificações, que não só transformam esse fundo, mas que em cada nova configuração vai lançando luz ao que nele não se modifica, ao que parece ser inatingível pelo movimento que o transforma. Não se trata, portanto, do entorno de um invariante se modificando, mas de um fundo se movendo enquanto produz invariantes. Ou seja, se não houver a variação

¹⁰Entendemos a interface como a unidade constituída por “camadas” físicas e lógicas. No caso da interface computacional, por exemplo, tem-se o *mouse*, o teclado, a tela e a lógica funcional que os enlaça, que faz com que ações junto ao *mouse* e ao teclado materializem mudanças na tela ao mesmo tempo que o que se mostra nela modifica e direciona as ações junto ao *mouse* e ao teclado. No entanto, para que não tenhamos que dizer isso a todo momento que surgirem neste texto as palavras interface, teclado, *mouse* e tela, optamos por separar, por dizer de interfaces físicas (*mouse*, teclado, tela) e interfaces lógicas (o que se mostra na tela computacional, o que foi programado). Por exemplo, quando dizemos da interface de *softwares* de GD, objetivamos evidenciar o que se mostra na tela do computador quando esses *softwares* são acessados.

que modifica o espaço geométrico disponível, não haverá a não-variação e a percepção do invariante (PINHEIRO, 2018).

Com isso, entendemos que todo movimento, em sua realização, vai-se atualizando e atualiza um fundo também móvel. O fundo de um movimento é dinâmico e seu dinamismo é sempre abertura ao movimento. Assim, o “fundo do movimento não é uma representação associada ou ligada exteriormente ao próprio movimento, ele o anima e o mantém a cada momento” (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 159). Cada “movimento e cada objeto convidam à realização de um gesto, não havendo, pois, representação, mas criação, novas possibilidades de interpretação das diferentes situações existenciais” (NOBREGA, 2008, p. 142).

O ato de arrastar, gerador de movimento, que nos dá invariantes pode ser coordenado; o sujeito realiza movimentos atendendo às solicitações que ele mesmo coloca em suspensão. Trata-se, por um lado, de movimentos precisos, cautelosos, que podem levar à percepção alguma informação. O movimento desarticulado, acelerado, também caracteriza uma coordenação do movimento que pode, em muitos casos, validar uma intuição e ir ao encontro do compreendido no ato da percepção inicial de possíveis invariantes.

Na ação de arrastar um objeto geométrico na interface do *software* de GD, o corpo-próprio se coordena e coordena seu movimento com a tecnologia informática envolvida. Borba e Penteado (2010, p. 62) afirmam que a coordenação de movimentos é “ao mesmo tempo, difícil, possível e relevante. Essa coordenação permite aos alunos verem o gráfico não como um desenho do movimento, mas como uma perspectiva que fragmenta esse movimento e destaca um aspecto do mesmo”.

Entendemos que o desenho não é representação do movimento, mas uma expressão do mesmo que evidencia a intencionalidade de quem o realiza. O termo *representação*, de acordo com o Dicio – Dicionário Online de Português, diz da “imagem ou ideia que traduz nossa concepção de alguma coisa ou do mundo”. No caso do movimento do corpo-próprio, em Merleau-Ponty(2011), entendemos que ele é presente, atual e atualizante, portanto ele mostra, expressa, trazendo indícios da imagem ou da ideia que foi se constituindo para o sujeito.

O *desenho-em-movimento* que se presentifica na interface sustentada pelo programa do *software* de GD pode ser visto, da perspectiva fenomenológica, como manifestação da intencionalidade do sujeito de se movimentar, movimentando. Segundo Husserl (2006), se essa intencionalidade estiver direcionada para a espacialidade dos objetos que se

mostram ao sujeito como fenômeno, bem como às qualidades que nesse olhar se expõem, então, no estar voltado ao que se busca, podem se atualizar atos imaginativos que articulam o invariante na variação percebida nas perspectivas das quais o fenômeno é visto pelo sujeito-movente que percebe na evidência, em um ato de intuição essencial, o invariante, o constante, que se mantém mediante a abstração de todos os predicados possíveis.

Nesse movimento, compreendemos em Husserl (2012) que se vai constituindo uma idealidade objetivada da objetualidade matemática na e pela linguagem, mediante a expressão do compreendido como eidética essencial, como o que se mantém como nuclear da ideia articulada, expressão essa compartilhada na intersubjetividade entre os sujeitos que compreendem o expresso e dele se valem, avançando em compreensões que o complementam, modificam, aperfeiçoam. A constituição das idealidades dos objetos matemáticos vai se materializando na repetição de compreensões expressas pelos sujeitos (de uma mesma época, cultura, sociedade ou não) e práticas bem sucedidas.

Um objeto individual “possui sua *especificidade*, ele é composto de *predicáveis* essenciais que têm de lhe ser atribuídos (enquanto ele é como é em si mesmo), a fim de que outras determinações secundárias, relativas, lhe possam ser atribuídas” (HUSSERL, 2006, p. 35). Para Husserl, a essência de um fenômeno interrogado que é o “invariante do percebido, sujeito a reduções e materializado pela linguagem, portanto histórica e culturalmente presente no mundo-vida” (BICUDO; KLUTH, 2010, p. 20) é compreendida pela chamada *técnica de variação imaginativa*. Na imaginação, “somente poderá variar enquanto variação *daquilo* que se intenciona em um *cogito* atual, na medida em que necessariamente tais variações compartilham algo de ‘invariante’, coincidindo em relação ao caráter necessário do que é intencionado” (TOURINHO, 2012, p. 861, grifos do autor).

É na variação do objeto que sua essência se mostra. Ao vê-lo, e vê-lo de diferentes modos: pela percepção, pela intuição, pela imaginação, posso ver muitas coisas e posso ver muitas vezes *as mesmas coisas*, e outras pessoas podem ver essas *mesmas coisas*. O núcleo invariante, isto é, o que se preserva na coisa pensada, mesmo após submetida a todas as variações que realizo em minha imaginação é o que entendemos, em Husserl (2006, p.35), ser sua essência, o que designa, antes de mais nada, “aquilo que se encontra no ser próprio de um indivíduo como o que ele é”.

Da perspectiva fenomenológico, essa essência não é preposta ou pressuposta, logo não é atingida. Ela não é um ideal platônico, assim como posto na filosofia de Platão. Ela é

constituída em um movimento em que sentidos se fazem ao sujeito que intencionalmente está com a coisa, ora experienciando-a sensivelmente, ora refletindo sobre o que ela lhe doa à percepção.

A percepção do que é essencial, no sentido de estruturante do objeto estudado dá-se em GD pela realização do arrastar, que, por sua vez, “fornece a impressão de que o desenho movido está sendo deformado continuamente em todo processo de arrastar, enquanto mantém as relações que foram especificadas como essenciais da construção original” (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1069).

As ações possíveis junto ao *software* e à GD “supõem que o aprendiz pode assumir o controle das representações e construções executadas, pois é ele quem executa cada uma das etapas de uma determinada construção geométrica” (RICHIT, 2005, p. 45). Nesse espaço, possibilidades abrem-se junto ao ato de “arrastar” e permitem que o usuário refine suas crenças e convicções, “faça conjecturas e caminhe no sentido de realizar provas de resultados geométricos, unindo os aspectos intuitivo e lógico, fundamentais para a aprendizagem da geometria” (ALVES; SOARES, 2003, p. 285).

Assim, a percepção do que se mostra se dá no ato de ir à GD sensivelmente realizando movimentos, selecionando e arrastando figuras e objetos geométricos. Nessa realização vão se mostrando sentidos e significados, que na duração do movimento e do pensar sobre o movimento vão se ampliando e se entrelaçando. É a atenção que nos permite destacar nesse entrelaçamento de sentidos e significados aquilo que se mostra significativo, podendo ser propriedades e/ou relações possíveis.

Por exemplo, quando movo o vértice de um quadrado construído no *software* de GD, percebo que as medidas de seus lados se preservam sempre iguais umas com as outras, assim como seus ângulos internos se mantêm 90° . Com isso, estar atento ao movimento e às configurações que o mesmo vai mostrando faz-me perceber que o quadrilátero, já intuído, mas não confirmado, trata-se de um quadrado que, junto ao movimento, foi-se mostrando quadrado. A legitimação é realizada pelo sujeito ao estar atento, enlaçando as formas da figura em movimento e a expressão de uma infinidade de *figuras-semelhantes-em-movimento* que carregam as características do ser quadrado.

Ver (compreender) o *corpo-próprio-mouse-figura-em-movimento* como modo de expressão

O *estar com* traz consigo entrelaçamentos entre o sujeito-movente e aquilo que ele move. Temos assim que a “consciência do ligado pressupõe a consciência do ligante e de seu ato de ligação” (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 318).

Os entrelaçamentos visualizados neste estudo permitiram que compreendêssemos melhor o *ser-com-o-computador*, evidenciando o computador e suas possibilidades como potência a qual não se atualiza sem a presença e intencionalidade de um corpo-próprio. Portanto, o ponto se move na tela, pois alguém o anima; o movimento na interface do *software* expressa a alguém que se expressa em movimento de mover-se/movendo; um movimento específico que se vê na tela é materialização de solicitações de uma atividade a qual um sujeito se dedica. No entanto, não estamos com isso fazendo da máquina um utensílio que se apresenta a um usuário. O sujeito move e percebe o movimento na tela porque a máquina abre possibilidades. Em Bicudo e Rosa (2010) entendemos que ela é fonte de expressões e é, também, criadora de sentidos, pois em sua interface doa ao sujeito um mundo a ser explorado. Portanto, homem e máquina, quando inteirados por uma atividade, são para nós um todo.

Quando o sujeito se move para realizar uma ação, tem-se que o movimento não é qualquer movimento, que ele não se dá sem um fundo que se expande com a intencionalidade desse sujeito. Há um *estar voltado* e há um *querer fazer* que impulsionam a realização do movimento. Esse querer é direcionado, quer-se mover *para*: atualizar uma possibilidade; explorar o ambiente disponível; atualizar um pensamento sobre o fazer; verificar uma conjectura e/ou resposta. Ainda, quer-se mover *para* compreender e ser compreendido, o que expõe o movimento também como linguagem, como expressão. A *figura-em-movimento* é também o *corpo-próprio-em-movimento*, e como o *corpo-próprio-em-movimento* é um gesto que avança e expõe sentidos que podem ser interpretados. Entendemos que a *figura-em-movimento* também é um gesto, pois ela não é separada do corpo que a move.

Em Furlan e Bocchi (2003, p. 449), tem-se que o corpo é “a expressão de uma conduta e, ao mesmo tempo, criador de seu sentido a partir de uma intenção que se esboça e reclama a sua complementação. Antes da expressão há apenas uma ausência determinada que o gesto ou a linguagem procura preencher e completar”. Com isso, quando em GD um sujeito se põe a mover-se, movendo, a *figura-em-movimento*, ou o *cursor-do-mouse-em-*

movimento não expõem apenas que há um corpo que os move, mas expõe também o que esse corpo quer dizer com seu movimento, focando e direcionando sua intencionalidade à tela. Ou seja, o movimento efetivo realizado exprime no exterior, na interface do *software*, um rastro sinestésico que se realiza e que expõe uma intenção.

A comunicação com *corpo-próprio-mouse-figura-em-movimento* constitui uma situação em que um sujeito se expressa buscando ser compreendido por outros sujeitos que atentos estão ao que ele está expressando, focando sua fala e interface na qual seu movimento se expõe. Merleau-Ponty (2011) afirma que o engajamento do corpo-próprio, via motricidade, constitui uma linguagem que, no ato expressão, afeta o outro, alguém que se volta ao gesto realizado e que, por sua vez, atribui significados ao que vê. Os gestos de um sujeito, portanto, não são oferecidos a outro sujeito “como uma coisa a ser assimilada; eles são retomados por um ato de compreensão, cujo fundamento nos remete à situação em que os sujeitos da comunicação – eu e o outro – estão mutuamente envolvidos em uma relação de troca de intenções e gestos” (FURLAN; BOCCHI, 2003, p. 448).

A sinestesia que abarca os movimentos realizados inaugura a possibilidade de uma racionalidade que anima os gestos daquele que se põe em movimento e que permite a quem se volta ao movimento realizado, a atribuição de significados e interpretação dos sentidos que a ele se mostram (HUSSERL, 2006).

Essa compreensão é corroborada pela fala de um dos sujeitos de pesquisa de Pinheiro (2018, p. 139, grifo do autor), quando explica o que fazia “*Eu pegava o mouse e mostrava na tela o que eu estava pensando. [...] A gente vai movendo e falando pro colega o que a gente tá vendo, tá pensando, [...], aí ele vê e entende, depois ele pode também fazer a mesma coisa*”.

Além de indicar e apontar, o relato acima apresentado expressa um preenchimento que dá um fundo de sentidos à linguagem falada com figuras em movimento. Esses sentidos não são dados *à priori*, mas compreendidos nesse ato de preencher. Compreendo os gestos “pela reciprocidade entre minhas intenções e os gestos do outro, entre meus gestos e intenções legíveis na conduta do outro. Tudo se passa como se a intenção do outro habitasse meu corpo ou como se minhas intenções habitassem o seu (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 251).

O *preenchimento de sentidos* em Husserl (1996, p. 50) é evidenciado como *ato de preenchimento*, ou *ato de conhecimento*. Na realização desse ato:

[...] temos num primeiro passo o “mero pensar” [...] enquanto intenção de significação absolutamente insatisfeita, que num segundo passo recebe um preenchimento mais ou menos adequado; os pensamentos repousam, como que satisfeitos, na intuição do pensado que justamente em virtude dessa consciência de unidade, anuncia-se como o pensado desse pensamento, como o que nele é visado, como a meta do pensamento, atingida de uma maneira mais ou menos perfeita.

A construção e o movimento de figuras em interfaces de GD são para nós atos de preenchimento de sentidos, visando expressar na interface o pensado. Assim, a interface materializa de forma “mais ou menos perfeita”, o que é visado em pensamento. Ao voltar-se ao que se mostra na interface, o sujeito que pensou e se moveu para “fixar” em desenho dinâmico seu pensamento, pode conhecer o que intencionou conhecer com o movimento realizado. Caso contrário, novos atos de preenchimento podem ser realizados de modo a ir constituindo o conhecimento que se busca.

Com isso, entendemos que realizar movimentos em interfaces computacionais é um ato de preenchimento de sentidos, cujo entrelaçamento pode nos dar as significações que buscamos. Portanto, há uma unidade que enlaça a interface e o sujeito que a habita, pois, o preenchimento traz significações, ou seja, o sujeito ao preencher a interface preenche também a si mesmo com os sentidos percebidos.

O ato de preencher/conhecer não subentende o sentido da figura-em-movimento, como se ele fosse *à priori*, cabendo, portanto, ser descoberto. O gesto que realizo ou o gesto do qual sou testemunha está diante de mim como uma pergunta “o que digo?”. Ele me indica “alguns pontos sensíveis do mundo, ele me convida a encontrá-lo lá. [...] O sentido do gesto assim compreendido não está por detrás dele, confunde-se com a estrutura do mundo que o gesto designa e que retomo à vontade, ele se abre no próprio gesto” (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 253).

Assim, a significação expressa na realização motora de um sujeito que se vale da possibilidade de movimento e do aspecto visual do *software* de GD para expor um pensamento ou o como realizou uma tarefa encontra em mim a legitimação dos sentidos que se mostram nesse fundo sinestésico que abarca o movimento do sujeito e o que ele pretende com seu movimento. O mesmo acontece com ele em relação a mim: vejo no outro um reflexo das possibilidades que a mim também se abrem, vejo nele modos de realizar movimentos intencionais que podem fazer parte dos modos pelos quais me coloco em movimento. Disso, entendemos que a intencionalidade motora para/com o outro

constitui um comportamento que tem uma conotação intersubjetiva, desde os primórdios das possibilidades que se abrem a parcerias e troca de informações. A comunicação se realiza quando há “confirmação do outro por mim e de mim pelo outro” (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 252).

Tecendo uma síntese compreensiva das ideias articuladas

Foi focando o movimento, suas implicações e o sujeito que o realiza que entendemos, em nosso estudo que embasa este artigo, ter dado conta da pergunta: de que movimento falamos, ao falarmos da Geometria Dinâmica?

Ela não foi respondida de modo objetivo. Escrevemos aqui um texto articulando GD e Fenomenologia evidenciando nossa compreensão, esperando, que também o leitor possa tecer compreensões sobre o interrogado. Será este texto um solo teórico à para a Geometria Dinâmica? Pode-se dizer que se fez aqui uma fenomenologia da/com Geometria Dinâmica?

Neste momento do texto nos posicionamos. Entendemos que a fenomenologia contribui com nossa compreensão do movimento, cerne da Geometria Dinâmica. Essa filosofia traz ideias a respeito do corpo-próprio que sempre se move intencionalmente. Estudando-as e pensando-se sobre elas compreendemos a presença do sujeito-movente que vivencia ações ao estar junto à tela computacional que expõe programas lógicos de GD, atualizando possibilidades impressas nesse programa.

No *agora* em que a atualização se dá, o móvel e o sujeito-movente constituem uma unidade, sendo o móvel não mais um objeto estanque e diante do sujeito, mas uma extensão de seu corpo, que lhe permite expor ideias e pensamentos, testar e validar conjecturas. Portanto, no âmbito de todo o estudo realizado, tem-se a *fenomenologia do movimento e da percepção do movimento* como ideias nucleares das ações realizadas em situações de ensino e de aprendizagem, bem como de constituição e de produção de conhecimento *sobre e em GD*.

Mover-se, movendo objetos geométricos em *softwares* de GD, expõe o entrelaçamento entre *sujeito-movente, máquina e tarefa a ser realizada*. Quando se está com o computador, abrem-se possibilidades de espacialização que vão articulando a motricidade do *ser-humano-com-a-máquina*, constituindo um espaço de vivências específico, com suas singularidades. Porém, essas possibilidades se dão mediante realizações de tarefas, das mais simples às mais complexas, do clicar ao hipotetizar, construir, provar.

Compreendendo-se fenomenologicamente o sujeito que ocupa e cria espaços, fazendo-os dinâmicos enquanto se move, movendo, bem como à GD tal como definida no âmbito da Educação Matemática, entendemos como estruturantes da GD: a) *seu dinamismo que se dá por programação computacional, que possibilita que objetos nela construídos possam ser movidos*; b) *a possibilidade que abre à atualização de seu dinamismo, que é realizada por um sujeito-movente*; c) *seu aspecto visual que mostra os variantes e invariantes, que se expõem quando realizados movimentos em uma figura ou em objetos pertencentes à mesma*.

O estruturante (b), além de dizer do ato que faz o dinamismo da GD acontecer, diz de um modo de validar conjecturas sobre uma figura projetada na interface do *software*. Os três estruturantes nos levam a questionar e a estudar a figura que agora vemos nessa interface. A possibilidade que se abre em (a) nos faz questionar: Será ela a Figura G? Podemos fazer conjecturas sobre a indagação e dizer intuitivamente, por exemplo, é sim, é a Figura G! Com o que abre o item (b) nos pomos em ação, movemos essa figura, atualizamos o dinamismo evidenciado no item (a). O que emerge de (a) e (b) são configurações em movimento, que podem nos dar visualmente variantes e/ou invariantes - referente ao estruturante (c).

A configuração do movimento que distorce a figura, não preservando assim invariantes, nos dá outras figuras, com características e propriedades distintas da Figura G intuída. No entanto, pode haver uma configuração de movimento que preserva propriedades tais quais as da figura que a princípio intuímos. Propriedades essas, dadas como invariantes, que, uma vez percebidos junto ao movimento, abrem a possibilidade de afirmar que o projetado é a Figura G, ou é uma figura transformada da mesma, uma G' , G'' .

Podemos olhar para a GD e apontar especificidades, características que a constituem. No entanto, quando há um sujeito trabalhando e agindo no ambiente em que ela se presentifica, todas essas características se entrelaçam, constituindo assim a unidade que abarca o movimento realizado, o movimento percebido e o sujeito que o realiza. Portanto, (a), (b) e (c) não estão separados no *agora* da realização de um ato. Como já citamos, em Merleau-Ponty (2011), todo movimento gera mudança. O *software* abre a possibilidade do movimento, uma tarefa solicita o movimento e o sujeito atualiza a solicitação e a possibilidade visualizada. Ao atualizar o movimento, o que estava diante de seus olhos muda, ganha novas configurações e o sujeito também se reconstitui, preservando ou mudando seu movimento, seu modo de ser em movimento.

Referências

- ALQAHTANI, M. M.; POWELL, A. B. Instrumental appropriation of a collaborative, dynamic-geometry environment and geometrical understanding. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, London, v. 4, n. 2, p. 72-83, year. 2016.
- ALVES, G. S.; SOARES, A. B. GD: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do *software Tabulae*. In: WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA, 9, CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO, 23, 2003, Campinas. *Anais...* Campinas: CSBC, 2003. p. 275-286.
- BAIRRAL, M. A.; ASSIS, A. R.; SILVA, B. C. C. Do clique ao touchscreen: Novas formas de interação e de aprendizado matemático. In: REUNIÃO NACIONAL DA ANPED, 36, 2013, Goiânia. *Anais...* Goiânia: UFG, 2013. p. 1-18.
- BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Fenomenologia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas*. 1 ed. São Paulo: Editora UNESP, 2010. p. 23-47.
- BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além de seus procedimentos. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica*. 1 ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 7-28.
- BICUDO, M. A. V. A perplexidade: ser-com-o-computador e outras mídias. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Ciberespaço: possibilidades que se abrem ao mundo da educação*. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. p. 37-66.
- BICUDO, M. A. V.; KLUTH, V. S. Geometria e Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas*. 1 ed. São Paulo: Editora UNESP, 2010. p. 131-147.
- BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. *Realidade e cibernundo: horizontes filosóficos e educacionais antevistos*. 1 ed. Canoas: Editora da Ulbra, 2010.
- BORBA, M.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- DETONI, A. R. A geometria se constituindo pré-reflexivamente: propostas. *Revista Eletrônica de Educação*, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 187-202. 2012.
- FIGUEIREDO O. A. A questão do sentido em computação. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Ciberespaço: possibilidades que se abrem ao mundo da educação*. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. p. 313-342.
- FURLAN, R.; BOCCHI, J. C. O corpo como expressão e linguagem em Merleau-Ponty. *Estudos de Psicologia*, Ribeirão Preto, v. 8, n. 3, p. 445-450. 2003.

HUSSERL, E. *Investigações Lógicas Sexta Investigação: Elementos de uma Elucidação Fenomenológica do conhecimento*. Trad. Zelko Loparic' e Andréa M. A. C. Loparic'. 1 ed. Coleção Os Pensadores. São Paulo: Nova cultura. 1996.

HUSSERL, E. *Ideias para uma Fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica: introdução geral à fenomenologia pura*/Edmund Husserl. Trad. Marcio Suzuki. 5 ed. Aparecida Ideias & Letras, 2006.

HUSSERL, E. *A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental: uma introdução à filosofia fenomenológica*. Trad. Diogo Falcão Ferrer. 1 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012.

LADEL, S.; KORTENKAMP, U. Early math with multi-touch: an activity-theoretic approach. In: PROCEEDINGS OF POEM, 1, 2012, Frankfurt. *Anais ...* Frankfurt: CERMAT, 2012, p. 1-22.

MERLEAU-PONTY, M. *Fenomenologia da Percepção*. Trad. Carlos Alberto Ribeiro de Moura. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2011.

NOBREGA, P. T. Corpo, percepção e conhecimento em Merleau-Ponty. *Estudos de Psicologia*, Natal, v.13, n. 2, p. 141-148, 2008.

PINHEIRO, J. M. L. *O movimento e a percepção do movimento em ambientes de Geometria Dinâmica*. 283p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2018.

RICHIT, A. *Projetos em Geometria Analítica usando o software de GD: repensando a formação inicial docente em matemática*. 2005. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. O trabalho com GD em uma perspectiva investigativa. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1, 2009, Curitiba. *Anais...* Curitiba: UTFPR, 2009. p. 1066-1079.

SOUZA, C. E.; GRAVINA, M. A. Geometria com animações interativas. *Novas Tecnologias da Educação*, Rio Grande do Sul, v. 7 n. 1, p. 1-9, jul. 2009.

TOURINHO, C. D. C. A consciência e o mundo na fenomenologia de Husserl: influxos e impactos sobre as ciências humanas. *Revista Psi*, Rio de Janeiro, v.12, n. 3, p. 852-866. 2012.

ZULATTO, R. B. *Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas*. 2002. 184p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

Texto recebido: 11/02/2019
Texto aprovado: 07/05/2019